Μαθ. Γεν. Παιδείας

Θέμα Α

A1. Αποδ. Σελ. 152.

A2. Θ. Σελ. 142 Στ. 6 - 11.

A3. Θ. Σελ. 65 Στ. από τέλος έως 7ος στ.

A4

α) Λ.

β) Λ

γ) Σ

δ) Λ

ε) Σ

Θέμα Β

Β1. $P(M)=\frac{1}{4}=\frac{N(M)}{N(\Omega)} \Rightarrow N(\Omega)=4N(M)$ άρα $N(\Omega)=$ πολ. $4=4k,\ k\in N$

Άρα $64<4k<72 \Rightarrow \frac{64}{4}<k<\frac{72}{4} \Rightarrow 16<k<18 \Rightarrow k=17$

$N(\Omega)=4\cdot 17=68$.

Β2. $P(\Omega)=1 \Rightarrow P(M)+P(A)+P(K)=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4\lambda^2+\frac{1}{4}-5\lambda+\frac{7}{4}=1 \Rightarrow 4\lambda^2-5\lambda+1=0$ (2ου β)

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=25-16=9$ $\quad \lambda=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{5\pm3}{8}$ → 1, $1/4$

Πρέπει $0\le P(\omega_i)\le 1$ για κάθε ενδεχόμενο άρα.

Για $\lambda=1$. $P(A)=4\cdot 1^2=4$ άρα το $\lambda=1$ Απορ.

Δεκτή τιμή $\lambda=1/4$.

Β3.

$$P(M) = \frac{1}{4} = \frac{N(M)}{N(\Omega)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{N(M)}{68} \Rightarrow N(M) = \frac{68}{4} = 16.$$

για $\lambda = 1/4$

$$\begin{cases} P(A) = 4\lambda^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} = \frac{N(A)}{N(\Omega)} \Rightarrow N(A) = \frac{68}{4} = 16. \\ P(K) = \frac{7}{4} - 5\lambda = \frac{7}{4} - \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{N(K)}{N(\Omega)} \Rightarrow N(K) = \frac{68}{2} = 34. \end{cases}$$

Β4.

$P(A \text{ ή } M) = P(A \cup M)$ <τα ενδεχομ. είναι ασυμβίβαστα>

$= P(A) + P(M) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

Θέμα Γ.

Το πολύγωνο fi% έχει τα σημεία.

$A(8,0)$
$B(10,10)$
$\Gamma(12,20)$
$\Delta(14,y_\Delta)$
$E(16,y_E)$
$Z(18,10)$
$H(20,0)$

Από θ. στο πολύγωνο νi ή fi ή fi% το πρώτο και το τελευταίο όριο είναι εκτός των κλάσεων

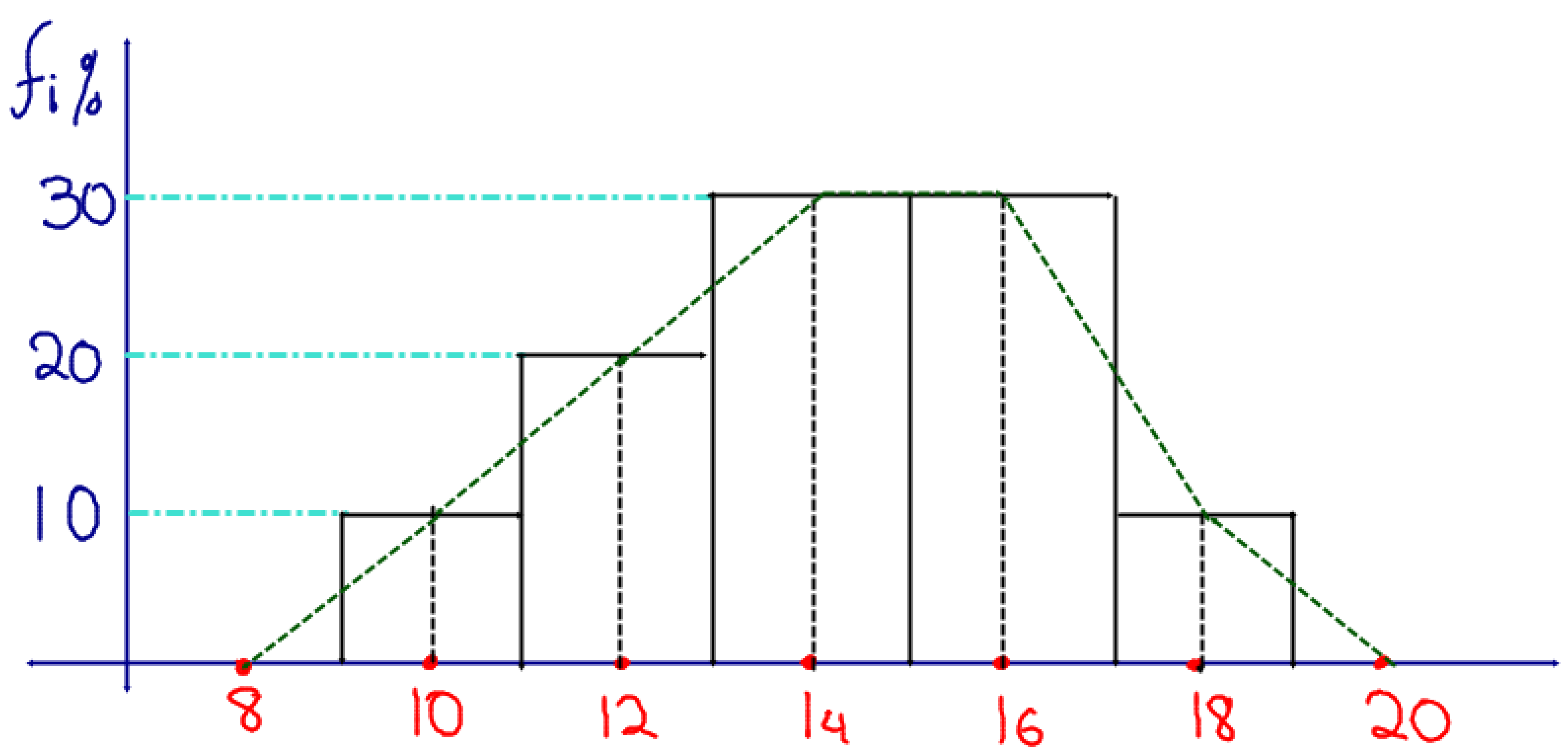
Επίσης το $\sum_{i=1}^{k} \nu_i = N$, $\sum_{i=1}^{k} f_i = 1$, $\sum_{i=1}^{k} f_i\% = 100$

Άρα $10+20+y_\Delta+y_E+10=100$ (1)

Το ΔΕ είναι $\parallel x'x$ άρα αντίστοιχες κλάσεις έχουν την ίδια $\nu_i, f_i, f_i\%$ στα αντίστοιχα διαγράμματα.

$$\Rightarrow 30+2y_\Delta+10=100 \Rightarrow y_\Delta = \frac{100-40}{2} \Rightarrow y_\Delta = 30 = y_E$$

Γ2.



Γ3.

Πωλήσεις	x_i	$f_i\%$
[9, 11)	10	10
[11, 13)	12	20
[13, 15)	14	30
[15, 17)	16	30
[17, 19)	18	10
Σύνολο		100.

Γ4. Πάνω από 15.000€ άρα μας ενδιαφέρουν οι κλάσεις [15,17) και [17,19)

Με αντίστοιχα ποσοστά. 30% + 10% = 40%

Γ5. <Το Εμβαδόν του χωρίου στο πολύγωνο συχνοτήτων είναι 160 με το μέγεθος του δείγματος>

Άρα N = 80 πωλητές.

Άρα τα άτομα που θα πάρουν το επίδομα θα είναι $\frac{40}{100} \cdot 80 = 32$. άτομα.

Θέμα Δ.

Δ1. $f(x)=e^{\frac{1}{3}x\left(x^2-\frac{11}{10}x+\frac{2}{5}\right)}=e^{\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x}$ $\quad x\in\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\left(e^{1/3x^3-11/30x^2+2/15x}\right)'=e^{1/3x^3-11/30x^2+2/15x}\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{11}{30}x^2+\frac{2}{15}x\right)'$$

$$=e^{1/3x^3-11/30x^2+2/15x}\cdot\left(x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}\right)$$

Πάντα το $e^{h(x)}$ είναι θετικό $\forall x\in\mathbb{R}$.

Άρα λύνω την παρένθεση $x^2-\frac{11}{15}x+\frac{2}{15}=0$ $\langle 2^{ου}\ \beta\rangle$.

$$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=\left(-\frac{11}{15}\right)^2-4\cdot1\cdot\frac{2}{15}=\frac{121}{225}-\frac{8}{15}=\frac{1}{225}$$

$$x=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{11/15\pm1/15}{2}\quad\begin{cases}12/30=2/5\\10/30=1/3\end{cases}$$

x	$-\infty$		$1/3$		$2/5$		$+\infty$
f'		+	0	−	0	+	
f		↗		↘		↗	
			TM		TE.		

Άρα η $f(x)$ είναι γν. αύξουσα στα Δ/τα $x\in(-\infty,1/3]\cup[2/5,+\infty)$
γν. φθίνουσα στα Δ/τα $x\in[1/3,2/5]$.

Δ2. Έχω $A\subseteq B$ άρα $P(A)\le P(B)$

Ενώ τα $P(A),P(B)$ οι θέσεις των ακροτάτων άρα $P(A)=1/3$
$P(B)=2/5$

Αφού $A\subseteq B$ τότε $A\cap B=A\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)=1/3$

$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=P(A)-P(A)=0$

$A\subseteq B$ τότε $A\cup B=B\Rightarrow P(A\cup B)=P(B)=2/5$

$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=P(B)-P(A)=2/5-1/3=1/15$

Δ3.

$$h(x) = e^{\frac{1}{5}x\left(\frac{3x^2}{2} - x - \frac{1}{3}\right)} \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$h(x) = f(x) \Rightarrow e^{\frac{1}{3}x^3 - \frac{11}{30}x^2 + \frac{2}{15}x} = e^{\frac{3x^3}{10} - \frac{x^2}{5} - \frac{x}{15}} \xRightarrow[1-1]{e^x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{11}{30}x^2 + \frac{2}{15}x = \frac{3x^3}{10} - \frac{x^2}{5} - \frac{x}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{10}\right) + x^2\left(\frac{1}{5} - \frac{11}{30}\right) + x\left(\frac{2}{15} + \frac{1}{15}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\left[\frac{x^2}{30} - \frac{5x}{30} + \frac{3}{15}\right] = 0 \Rightarrow x\,\frac{[x^2 - 5x + 6]}{30} = 0$$

Άρα $x = 0$, $x = 2$, $x = 3$

$$\Delta = \beta^2 - 4a\gamma = 25 - 24 = 1$$

$$x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Δ3 β

$v_i = 2x_i + 1$ Άρα $v_1 = 2 \cdot x_1 + 1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$

$v_2 = 2x_2 + 1 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$v_3 = 2x_3 + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

x_i	v_i	$x_i v_i$
0	1	0
2	5	10
3	7	21
Σύνολο	13	31

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i v_i}{N} = \frac{31}{13}.$$