Φυσική Κατεύθυνσης
Απαντήσεις

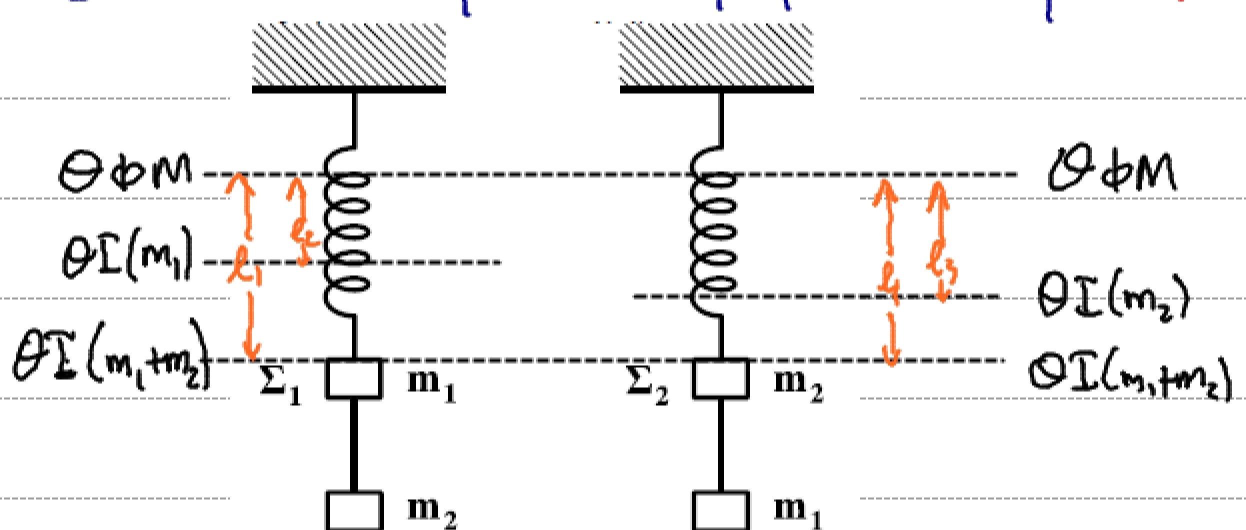
ΘΕΜΑ Α':

A1 → γ
A2 → β
A3 → γ
A4 → γ

A5
α: Σ
β: Λ
γ: Σ
δ: Λ
ε: Λ

ΘΕΜΑ Β':

Β1: Σωστή απάντηση είναι η β.



Αφού τα ελατήρια είναι όμοια έχουν το ίδιο k.

Έτσι $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{k}A_1^2}{\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{k}A_2^2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$ (1)

Επίσης $A_1 = \ell_1 - \ell_2$ και $A_2 = \ell_1 - \ell_3$ (βλ. σχήμα)

Από ΘΙ(m_1+m_2): $\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1+m_2)g = k\ell_1 \Rightarrow \ell_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$

Από ΘΙ(m_1): $\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g = k\ell_2 \Rightarrow \ell_2 = \frac{m_1 g}{k}$

Από ΘΙ(m_2): $\Sigma F = 0 \Rightarrow m_2 g = k\ell_3 \Rightarrow \ell_3 = \frac{m_2 g}{k}$

Επειδή τη στιγμή που κόψαμε τα νήματα ούτε το m_1 (αριστερά), ούτε το m_2 (δεξιά) είχε αρχική ταχύτητα, έχουμε $A_1 = \ell_1 - \ell_2$ και $A_2 = \ell_1 - \ell_3$

Έτσι
$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \frac{(m_1+m_2)g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{m_2 g}{k} \\ A_2 &= \frac{(m_1+m_2)g}{k} - \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow A_2 = \frac{m_1 g}{k} \end{aligned}\right\} \overset{(:)}{\Rightarrow} \frac{A_1}{A_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

οπότε $(1) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$

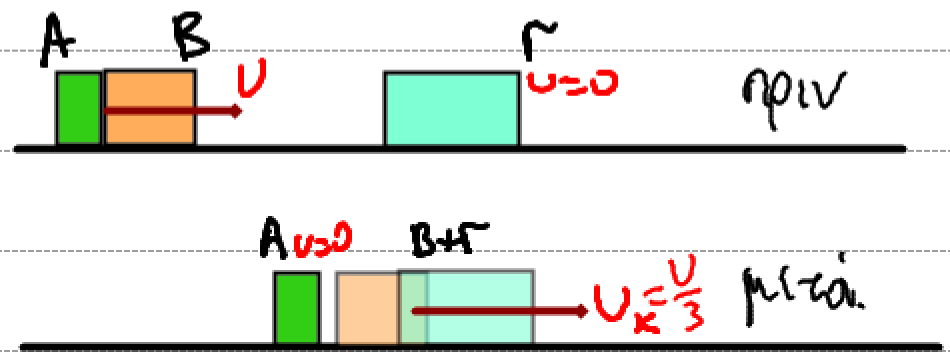
B2 Σωστή απάντηση είναι η α.

Αφού $f_{δ_1}=f_{δ_2} \Rightarrow |f_1-f|=|f_2-f|$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_1-f=f_2-f \Rightarrow f_1=f_2 \ (\text{άτοπο από εκφώνηση}) \\ f_1-f=f-f_2 \Rightarrow 2f=f_1+f_2 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\boxed{f=\frac{f_1+f_2}{2}}$$

B3 Σωστή απάντηση είναι η α



Ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (όπως σε όλες τις κρούσεις):

$$\vec{p}_{ολ,πριν}=\vec{p}_{ολ,μετά} \xRightarrow{+}$$

$$m_1υ+m_2υ+0=0+(m_2+4m_1)\frac{υ}{3} \Rightarrow$$

$$m_1\cancel{υ}+m_2\cancel{υ}=m_2\frac{\cancel{υ}}{3}+4m_1\frac{\cancel{υ}}{3} \Rightarrow$$

$$m_2-\frac{m_2}{3}=\frac{4m_1}{3}-m_1 \Rightarrow$$

$$\frac{2m_2}{\cancel{3}}=\frac{m_1}{\cancel{3}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2}=2}.$$

ΘΕΜΑ Γ'

Γ1 Οι εξισώσεις ταλάντωσης του σημείου Μ εξαιτίας κάθε πηγής χωριστά είναι ίδιες (γιατί $r_1=r_2=r=(MΠ_1)=(MΠ_2)$) και συγκεκριμένα

$$y_1=y_2=Aημ\left[2π\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{λ}\right)\right]$$

Ο τύπος της συμβολής γίνεται για $r_1=r_2=r$

$$y_M=2Aσυν\left(2π\frac{r-r}{2λ}\right)ημ\left[2π\left(\frac{t}{T}-\frac{r+r}{2λ}\right)\right] \Rightarrow y_M=2Aημ\left[2π\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{λ}\right)\right]$$

Παρατηρούμε ότι εξίσωση ταλάντωσης μετά τη συμβολή έχει την ίδια φάση με καθεμιά απ' τις εξισώσεις των επιμέρους ταλαντώσεων.

Έτσι μηδενίζοντας τη φάση της εξίσωσης του συμβαλλόμενου κύματος βρίσκουμε τη χρονική στιγμή έναρξης της συμβολής (κάτι που γενικά δεν ισχύει).

$$2\pi(5t_0-10)=0 \Rightarrow \boxed{t_0=2s}$$

επειδή $\upsilon=\frac{r}{t_0} \Rightarrow r=\upsilon t_0 \Rightarrow r=2\,m/s\cdot 2s \Rightarrow \boxed{(M\Pi_1)=4m}$

[2] Για το σημείο Ο $r_1'=\frac{d}{2}$, $r_2'=\frac{d}{2}$ οπότε το $y_{(O)}=2A\,\sigma\upsilon\nu\, 2\pi\left(\frac{r_1'-r_2'}{2\lambda}\right)\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1'+r_2'}{2\lambda}\right)\right]$

γίνεται $y_{(O)}=2A\cdot\eta\mu\, 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{d}{2\lambda}\right)$

Επειδή $y_M=2A\,\eta\mu\, 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)$ όπως δείξαμε παραπάνω

και $y_M=0{,}2\,\eta\mu\, 2\pi(5t-10)$ από εκφώνηση

έχουμε $2A=0{,}2m$ $T=0{,}2s$ $\lambda=0{,}4m$.

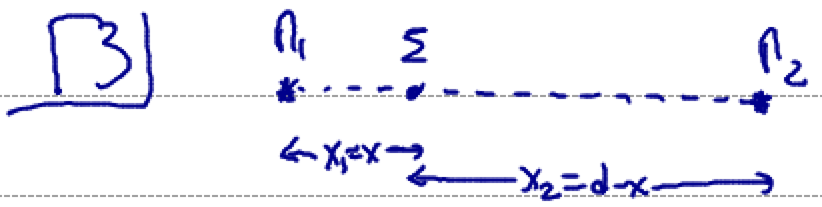
Έτσι $y_{(O)}=0{,}2\,\eta\mu\, 2\pi(5t-1{,}25)$ (SI)

$y_M=0{,}2\,\eta\mu\, 2\pi(5t-10)$

$$\Delta\varphi=\varphi_{(O)}-\varphi_{(M)}=2\pi(5t-1{,}25)-2\pi(5t-10)=\cancel{10\pi t}-2{,}5\pi-\cancel{10\pi t}+20\pi \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta\varphi=17{,}5\pi\ rad}$$

[3]



Έστω ότι ένα σημείο Σ ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Τότε ισχύει $x_1-x_2=N\lambda$

$\Rightarrow x-(d-x)=N\lambda$

$\Rightarrow 2x-d=N\lambda$

$\Rightarrow x=\frac{N\lambda+d}{2}$.

Θέλουμε $0\le x\le d \Rightarrow 0\le\frac{N\lambda+d}{2}\le d$

$\Rightarrow -\frac{d}{\lambda}\le N\le\frac{d}{\lambda}$

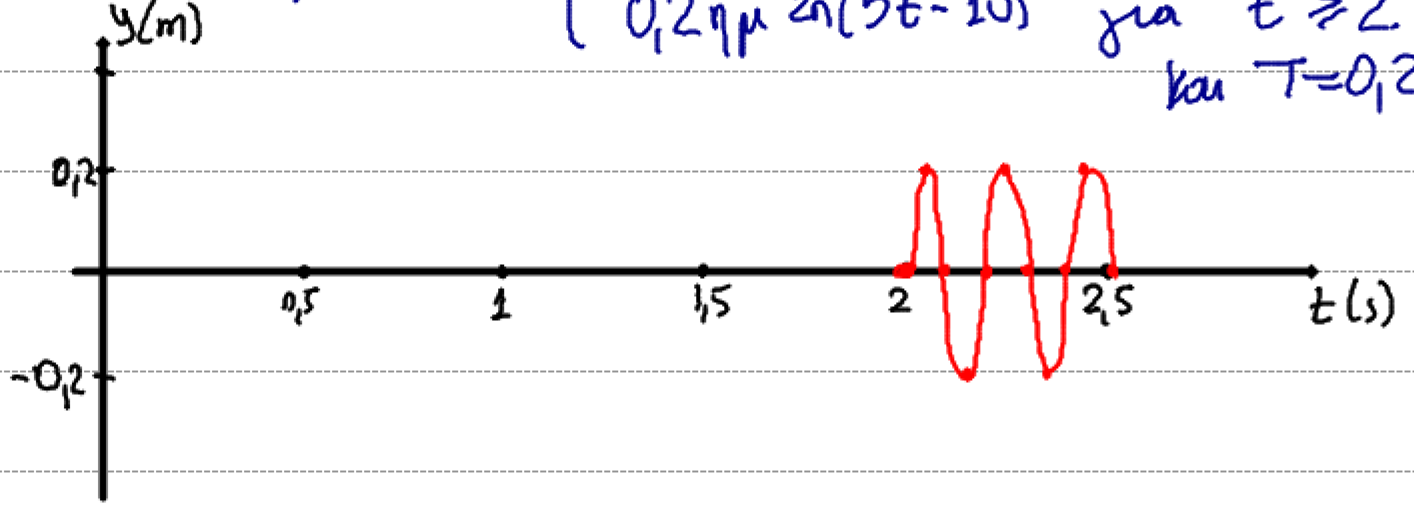
$\Rightarrow -2{,}5\le N\le 2{,}5$

$\Rightarrow$ άρα $N=-2,-1,0,1,2$

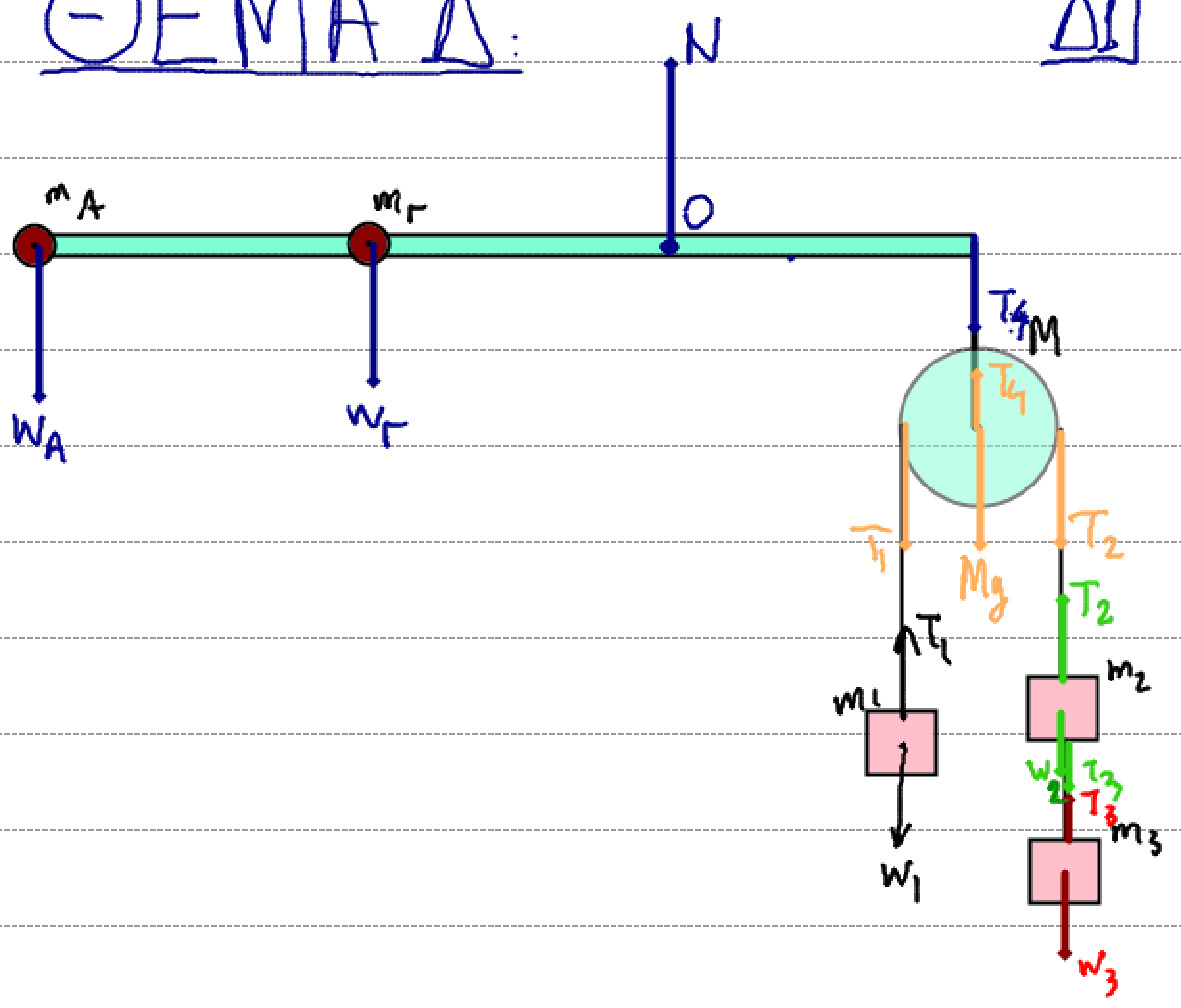
δηλαδή $\boxed{5\ \text{σημεία}}$

Γ4) Όπως είπαμε $y_M = \begin{cases} 0 & \text{για } 0 \le t \le 2 \\ 0{,}2\,ημ\,2π(5t-10) & \text{για } t \ge 2 \end{cases}$ και $T = 0{,}2s$.

Έτσι



ΘΕΜΑ Δ:



Δ1) Για να ισορροπεί η τροχαλία πρέπει $\Sigma τ = 0$ δηλ. $T_1 R = T_2 R$ $\Rightarrow T_1 = T_2$. (1)

επιπλέον τότε θα ισορροπούν και όλα τα σώματα

δηλ. $T_1 = w_1 = m_1 g = 20N$

$T_3 = w_3 = m_3 g = 10N$

$T_2 = T_3 + w_2 = 20N$

οπότε η τροχαλία ισορροπεί.

Επίσης στην τροχαλία έχουμε $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_4 = T_1 + T_2 + Mg \Rightarrow T_4 = 80N$.

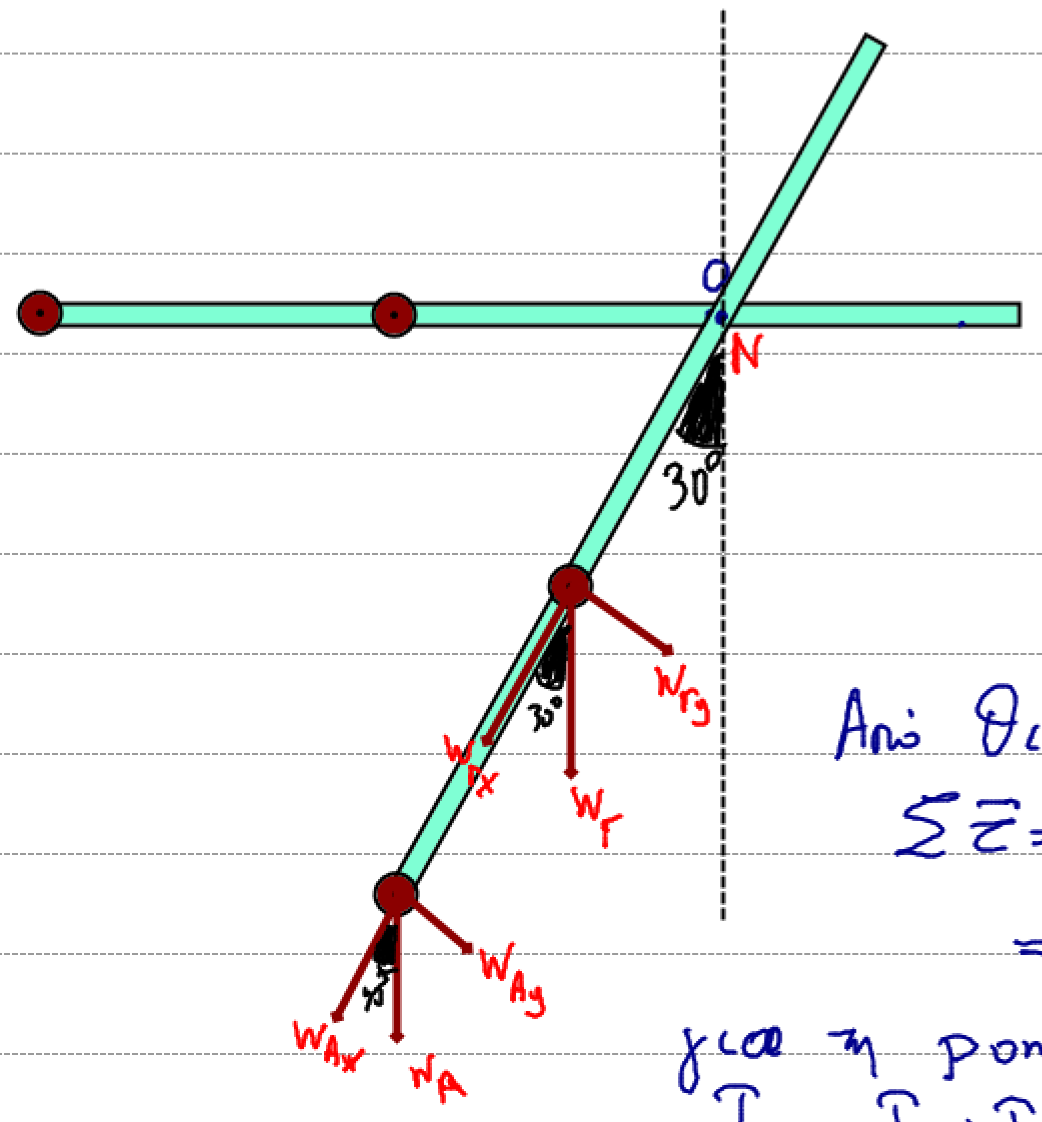
Στη ράβδο η m_A προκαλεί ροπή $τ_A = +m_A g\, 2d = +1 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow τ_A = +20\,Nm$

η $m_Γ$ προκαλεί ροπή $τ_Γ = +m_Γ g d = +6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow τ_Γ = +60\,Nm$

και η T_4 προκαλεί ροπή $τ_4 = -T_4 d \Rightarrow τ_4 = -80\,Nm$

(η N δεν προκαλεί ροπή γιατί δεν έχει βραχίονα ροπής).

Έτσι $\Sigma τ = +20 + 60 + (-80) = 0$ άρα το σύστημα ισορροπεί.



Δ2) Αναλύουμε τα βάρη στη νέα θέση της ράβδου έχουμε

$W_{Ax} = m_A g\, συν30° = 5\sqrt{3}\,N$

$W_{Ay} = m_A g\, ημ30° = 5N$

$W_{Γx} = m_Γ g\, συν30° = 30\sqrt{3}\,N$

$W_{Γy} = m_Γ g\, ημ30° = 30N$

Από θεμελιώδη νόμο περιστροφικής έχουμε

$\Sigma τ = I \cdot α_γ \xRightarrow{+↻} w_{Γy} \cdot d + w_{Ay} \cdot 2d = I \cdot α_γ$

$\Rightarrow α_γ = \dfrac{w_{Γy} d + w_{Ay} \cdot 2d}{I}$ (1)

για τη ροπή αδράνειας.

$I_{ολ} = I_p + I_{(A)} + I_{(Γ)}$

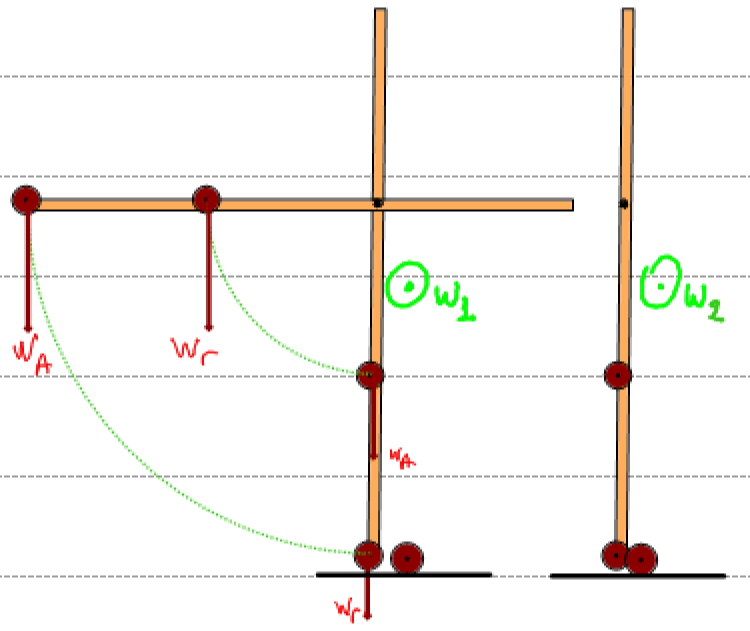
όμως $I_p = 0$ γιατί είναι αβαρής

$I_A = m_A \cdot (2d)^2 = 1 \cdot 2^2 \Rightarrow I_A = 4\,kgm^2$

$I_Γ = m_Γ \cdot d^2 = 6 \cdot 1^2 \Rightarrow I_Γ = 6\,kgm^2$

οπότε $I_{ολ} = 10\,kgm^2$

έτσι η (1) $\Rightarrow α_γ = \dfrac{30 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{10} \Rightarrow \boxed{α_γ = 4\,rad/s^2}$



Δ3] Με ΘΜΚΕ πριν την κρούση έχουμε:

$$K_{o\lambda(\tau\epsilon\lambda)} - K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = W_{\Sigma(F)}$$

$$\left(\frac{1}{2} I_o \omega_1^2 + 0\right) - (0+0) = m_A g 2d + m_\Gamma g d$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2(2m_A + m_\Gamma) g d}{I_o}}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{2(2\cdot 1 + 6)\cdot 10 \cdot 1}{10}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_1 = 4\ rad/s}$$

Η ροπή αδράνειας του συσσωματώματος είναι

$$I_o' = I_o + m_4 (2d)^2 = 10 + 5(2\cdot 1)^2 = 30\ kgm^2$$

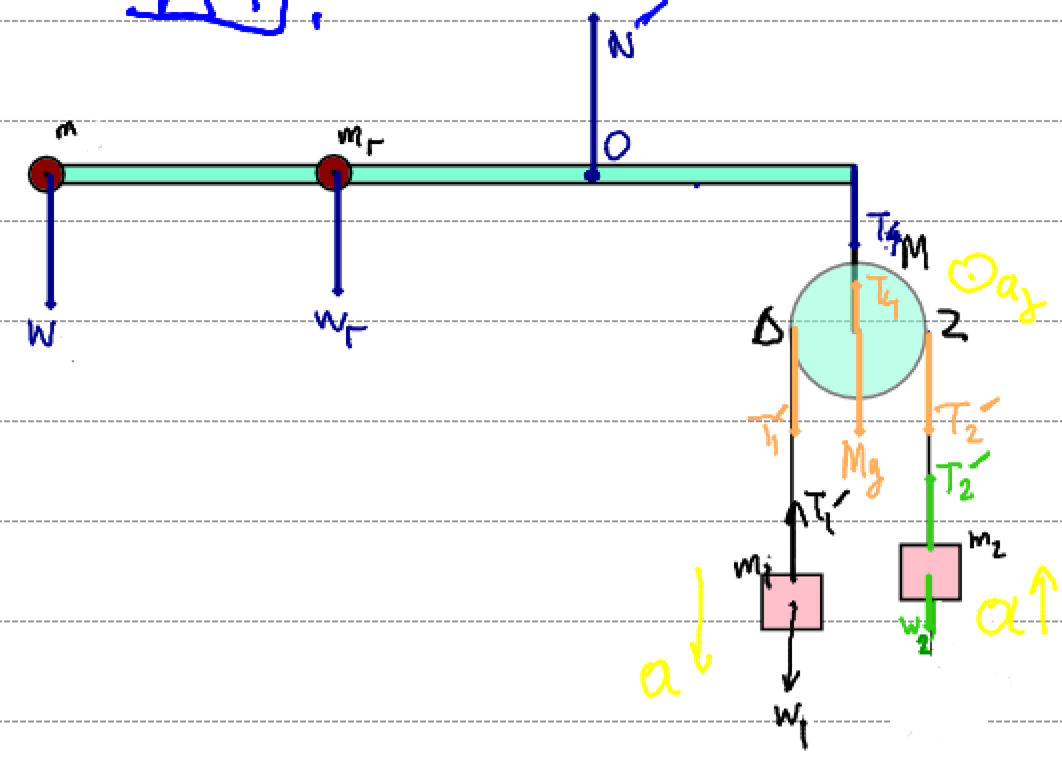
Στην κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής.

$$\vec{L}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{L}_{o\lambda(\mu\epsilon\tau\alpha)} \Rightarrow I_o \cdot \omega_1 = I_o' \omega_2 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_o \omega_1}{I_o'}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = \frac{10 \cdot 4}{30} \Rightarrow \omega_2 = \frac{4}{3}\ rad/s.$$

Η γραμμική ταχύτητα του Α είναι $\upsilon_A = \omega_2 \cdot 2d = \frac{4}{3} \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = \frac{8}{3}\ m/s}$

Δ4].



Έχουμε $\upsilon_{(m_1)} = \upsilon_{\sigma\chi(1)} = \upsilon_{\tau\rho(\Delta)} = \omega R = \upsilon$

$\upsilon_{(m_2)} = \upsilon_{\sigma\chi(2)} = \upsilon_{\tau\rho(Z)} = \omega R = \upsilon$

άρα $\upsilon_{(m_1)} = \upsilon_{(m_2)} = \upsilon = \omega R$ (2)

και $a_{(m_1)} = a_{(m_2)} = a = a_\gamma R$ (3)

$m_1: \Sigma F = m_1 a_1 \Rightarrow m_1 g - T_1' = m_1 a$ (4)

$m_2: \Sigma F = m_2 a_2 \Rightarrow T_2' - m_2 g = m_2 a$ (5)

Τροχ. $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow T_1' R - T_2' R = \frac{1}{2} M R^2 a_\gamma \Rightarrow T_1' - T_2' = \frac{1}{2} M a$ (6)

$a_\gamma R = a$

$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1' + T_2' + Mg = T_4'$ (7)

(4)+(5)+(6) $\Rightarrow m_1 g - m_2 g = \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2}\right) a \Rightarrow a = \frac{(m_1 - m_2) g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \Rightarrow a = \frac{(2-1)\cdot 10}{2+1+2}$

$\Rightarrow a = 2\ m/s^2.$

Από (4) $\Rightarrow T_1' = m_1 (g - a) \Rightarrow T_1' = 16N$

από (5) $\Rightarrow T_2' = m_2 (g + a) \Rightarrow T_2' = 12N$

έτσι (7) $\Rightarrow T_4' = 16 + 12 + 40 \Rightarrow \boxed{T_4' = 68N}$

Η ράβδος εξακολουθεί να ισορροπεί. άρα

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow m g 2\cancel{d} + m_\Gamma g \cancel{d} - T_4' \cdot \cancel{d} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{T_4' - m_\Gamma g}{2 \cdot g} = \frac{68 - 60}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{m = 0{,}4\ kg}$$