

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο.

α) Για δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β) Δίνεται η ευθεία $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ της παλινδρόμησης της μεταβλητής Y πάνω στη X .

i) Να δώσετε, με απόδειξη, την ερμηνεία της εκμήςτριας $\hat{\beta}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ii) Να εξηγήσετε γιατί διέρχεται από το σημείο (\bar{x}, \bar{y}) .

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

γ) Να δώσετε τους ορισμούς των εννοιών που αναφέρονται στις προτάσεις (i) έως (iv)

i) Τι λέμε καμπύλη συχνοτήτων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής.

ii) Πώς ορίζεται η παράγωγος $f'(x_0)$ της συνάρτησης f στο x_0 .

iii) Τι είναι το εύρος ενός δείγματος.

iv) Τι ονομάζεται στατιστική ομαλότητα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

δ) Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

i). Αν ο ρυθμός μεταβολής μιας συνάρτησης f στο διάστημα

$\Delta = \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ είναι $\frac{2}{x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$, τότε ο τύπος της f είναι:

A. $2\ln x + \frac{1}{\eta\mu^3 x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$

B. $\frac{2}{x} + \epsilon\phi x + \sqrt{x}$

Γ. $2\ln x + \epsilon\phi x + \sqrt{x}$

Δ. $(\ln x)^2 + (\epsilon\phi x)^2 + \sqrt{x}$

E. Τίποτα από τα Α, Β, Γ, Δ.

ii) Αν για την πιθανότητα $P(A)$ του ενδεχομένου A ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $[P(A)]^2 - 2P(A) + 1 = 0$ (1), τότε:

A. Το A είναι το αδύνατο ενδεχόμενο.

B. Το A είναι βέβαιο ενδεχόμενο.

Γ. Είναι $0 < P(A) < \frac{1}{2}$.

Δ. Η σχέση (1) είναι αδύνατη.

Ε. Τίποτα από τα A, B, Γ, Δ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι συναρτήσεις φ, f, g με $f(1) = f'(1) = 1$ και

$$\varphi(x) = f(g(x)), \quad g(x) = \ln x + x, \quad \text{με } x > 0.$$

α) N' αποδείξετε ότι: $g(1) = \varphi(1) = 1, \quad g'(1) = \varphi'(1) = 2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

β) Να εξετάσετε αν η $g(x)$ έχει ακρότατα στο διάστημα

$$\Delta = (0, +\infty).$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ) Να υπολογιστεί η τιμή του ορίου:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(h+1) + (h+1) - g(1)}{h}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

δ) i) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ των γραφικών παραστάσεων των φ και f στα σημεία τους

$A(1, \varphi(1))$ και $B(1, f(1))$ αντίστοιχα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ii) Να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζει η ε_2 με τον άξονα των x

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

ΘΕΜΑ 3ο

n τηλεθεατές δήλωσαν την προτίμησή τους σε ένα μόνο από κ προγράμματα τα $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_\kappa$ με $n, \kappa \in \mathbb{N}^*$. Από τις μετρήσεις προέκυψε ότι για τα ποσοστά προτίμησης $f(\alpha_i)$ των α_i είναι:

$$f(\alpha_3) = \frac{400}{31} \% \text{ και } f(\alpha_i) = \lambda \cdot 2^{i-1} \text{ με } i = 1, 2, \dots, \kappa$$

και λ σταθερό αριθμό.

α) Ν' αποδείξετε ότι: $\lambda = \frac{1}{31}$ και $\kappa = 5$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

β) Επιλέγουμε ένα τηλεθεατή στην τύχη. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: Να προτίμησε το πρόγραμμα α_4 .

B: Να προτίμησε ένα από τα 2 πιο δημοφιλή προγράμματα.

Γ: Να μην προτίμησε το α_1 .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

γ) Αν το α_4 προτιμήθηκε από 160 άτομα, να βρείτε το n .

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

δ) i) Να γίνει το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων της μεταβλητής X : "ο αριθμός των προτιμήσεων" που έλαβε κάθε πρόγραμμα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ii) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή της (X).

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

ΘΕΜΑ 4ο

Το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής (X) των ετήσιων μισθών (σε εκατοντάδες Ευρώ) ενός δείγματος εργαζομένων, ομαδοποιημένης σε κλάσεις ίσου πλάτους, έχει κορυφές τα σημεία:

$$A(20, 0), \quad B(40, 5), \quad \Gamma(60, 10), \quad \Delta(80, 20), \\ E(100, 30), \quad Z(120, v_5), \quad H(140, 10), \quad \Theta(160, 0).$$

Η κατακόρυφη γραμμή με εξίσωση $x=100$ διαιρεί το χωρίο που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα σε δύο ισεμβαδικά χωρία.

α) Ν' αποδείξετε ότι $v_5 = 25$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων της κατανομής (X)

. ΜΟΝΑΔΕΣ 5

γ) Να υπολογίσετε τις τιμές των μέτρων θέσης της (X).

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

δ) Αν σαν «όριο φτώχειας» θεωρήσουμε τον μισθό των 7.200 ευρώ, να εκτιμήσετε το ποσοστό επί τοις % των φτωχών του δείγματος.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ε) Να χαρακτηρίσετε την κατανομή ως προς την συμμετρία της.

ΜΟΝΑΔΕΣ 3